

# MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DA CURVA DO COEFICIENTE DE CULTURA, Kc

Brauliro G. Leal<sup>1</sup>; Gilberto C. Sedyama<sup>2</sup>

## RESUMO

O valor médio da distribuição temporal do coeficiente de cultura (Kc) pode ser obtido por meio de uma curva ajustada, denominada curva Kc. A representação matemática de Kc é de interesse nas diversas aplicações, em que se estima o consumo de água em cultivos. Neste trabalho, os valores da curva de Kc descrita por Doorenbos e Pruitt para diferentes cultivos (banana, cenoura, feijão e melão) foram ajustados a quatro modelos matemáticos correspondentes a: a) polinômio de grau 3 completo; b) polinômio de grau 3 incompleto; c) polinômio de grau 4 completo; e d) polinômio de grau 4 incompleto. O modelo que melhor representou a curva de Kc foi o polinômio de grau 3 incompleto, com  $R^2 = 0,99$  e erros relativos variando de 2,18 a 7,10%, durante o ciclo da cultura. Este modelo é independente da unidade de medida do tempo, a qual pode ser dia ou graus-dias acumulados, dentre outras.

**Palavras-chave:** coeficiente de cultura, curva de Kc, modelo matemático.

## ABSTRACT

### Mathematical Model for Determining the Crop Coefficient Curve, Kc

The time-averaged distribution of Kc, for each irrigated crop may be obtained by an adjusted curve so-called as crop curve. The Kc curve was depicted into the initial, development, midseason and late season stages. The three Kc's values,  $Kc_i$ ,  $Kc_n$  and  $Kc_r$ , represented the initial, midseason and late season stage of the crop coefficients, respectively. Four mathematical models were evaluated to estimate the crop curve during the crop growing cycle: a) third degree polynomial; b) incomplete third degree polynomial; c) complete fourth degree polynomial; and d) incomplete fourth degree polynomial. All results were compared to the model proposed by Doorenbos and Pruitt for banana, carrot, dry bean and melon. The model that better estimated the crop curve was the incomplete third degree polynomial, with  $R^2 = 0.99$  and relative error ranging from 2.18 to 7.10% during the crop growing cycle. This model does not depend on the unit of the used time period, which may be day or accumulated degree-days, among others.

**Keywords:** crop coefficient, Kc curves, mathematical model.

## INTRODUÇÃO

Durante o ciclo vegetativo da cultura, o valor do coeficiente de cultura (Kc) varia à medida que a planta cresce e desenvolve, do mesmo modo que a fração de cobertura da superfície do solo pela vegetação varia à medida que as plantas crescem e atingem a maturação. Uma vez que a evapotranspiração de referência (ET<sub>o</sub>) representa um índice climático da demanda

evaporativa, o Kc varia, essencialmente, de acordo com as características da cultura, traduzindo, em menor escala, a variação dos elementos climáticos (Frevert, et. al., 1983). Este fato possibilita a transferência de valores de Kc de um local para outro e de um clima para outro. O coeficiente de cultura pode variar de acordo com a textura e o teor de umidade do solo, com a profundidade e densidade radicular e com as características fenológicas da planta. Entretanto, o conceito

<sup>1</sup> D.S., Prof. Titular do CECET / UNIVALE, Gov. Valadares – MG, [brauliro@iq.com.br](mailto:brauliro@iq.com.br)

<sup>2</sup> Ph.D., Bolsista do CNPq, Prof. Titular do DEA / UFV, Viçosa - MG, [sedyama@mail.ufv.br](mailto:sedyama@mail.ufv.br)

de Kc tem sido usado, extensivamente, para estimar a necessidade real de água de uma cultura particular por meio de estimativas ou medições de ETo (Sediyama et. al., 1998).

Idealmente, a ETo deveria caracterizar a demanda evaporativa determinada pela condição meteorológica, enquanto o Kc seria a medida da restrição imposta pelo sistema solo-planta para atender tal demanda hídrica. Todavia, várias pesquisas têm demonstrado que a evapotranspiração da cultura (ETc) não pode ser, simplesmente, estabelecida para todas as situações climáticas com um simples valor de Kc. Os coeficientes de culturas, devem ser, portanto, determinados para cada estágio de desenvolvimento da cultura.

O Boletim Técnico da FAO, número 24, apresenta um procedimento para obtenção do Kc descrito por Doorenbos e Pruitt (1977). Para cada estágio de desenvolvimento da cultura, os dados de Kc são obtidos por meio de uma curva suavizada, denominada curva de Kc da cultura. As informações locais, que relacionam a época de plantio, emergência das plantas até a cobertura efetiva e, finalmente, datas de colheita para culturas anuais são extremamente importantes e são consideradas no estabelecimento da curva de Kc.

O coeficiente de cultura é, altamente, dependente do teor de umidade da superfície evaporante, sendo que somente no estágio inicial do desenvolvimento da cultura o método de elaboração da curva de Kc, proposto pela FAO, incorpora o ajuste devido à frequência de irrigação ou chuva. Assim, os valores de Kc da FAO não incluem as condições de evaporação para a superfície molhada, em que o Kc pode exceder 1,15.

Quando existe alguma variação na taxa de crescimento da cultura, entre locais e entre anos sucessivos, a curva de cultura pode ser diferente. Para considerar essas variações, algumas características de crescimento da cultura devem ser monitorados, tais como: a data de emergência, início do rápido crescimento, florescimento, amadurecimento e cobertura completa, indicando o fechamento das linhas, etc (Burman e Pochop, 1994).

Para solucionar este problema, relativamente à determinação da duração das fases, têm-se procurado alternativas para estimar a duração, que considerem o efeito (controle) climático na determinação dessa duração. Muitas vezes, é desejável ter meios para relacionar o Kc mais diretamente ao estágio de desenvolvimento da cultura, em lugar de tempo percentual, ou tempo decorrido, para normalizar o Kc (Burman e Pochop, 1994).

Alguns parâmetros relacionados ao clima, como graus-dia para o crescimento, unidade solar termal e ETo acumulada podem, também, ser utilizados em lugar do tempo decorrido, o qual é, normalmente, utilizado para estimar a duração dos estádios fenológicos associados aos coeficientes de culturas (Jensen et al., 1990). Os critérios mais recomendados são: a) graus dias acumulados (GDA), em que não são consideradas as variações no crescimento e desenvolvimento da planta, que ocorrem em função de diferenças na temperatura, da estação de crescimento, duração da maturação e datas de plantio; b) estágio de crescimento observado (EC), que possibilita ajustar o Kc para condições anormais, ocorridas durante a fase de crescimento (Nielsen e Hinkle, 1996); e c) tempo transcorrido depois do plantio, ou emergência das plantas, ou dias depois do plantio (DDP).

De acordo com Nielsen e Hinkle (1996), o Kc baseado no GDA e EC, para o milho, geralmente produz estimativas mais exatas da ETc do que o Kc baseado em determinações feitas em função do tempo, durante períodos de elevado consumo de água, isto é, após alcançada a cobertura completa e quando a área foliar atinge o estágio de senescência. O Kc, baseado no DDP, produz estimativas mais exatas para os períodos de crescimento anteriores à cobertura completa.

Devido ao crescente uso de computadores nas diversas aplicações agrícolas, há interesse em representar, matematicamente, a curva de Kc das culturas de interesse econômico a fim de computar o consumo de água desses cultivos. Portanto, o objetivo deste trabalho foi avaliar o ajuste de quatro modelos matemáticos, para a determinação de Kc, aos dados propostos por Doorenbos e Pruitt (1977).

## MATERIAL E MÉTODOS

Os ciclos das culturas de cenoura, melão, banana e feijão foram divididos em quatro estádios fenológicos de desenvolvimento (Doorenbos e Pruitt; 1977 e Allen et al.; 1998): a) inicial: germinação e crescimento inicial, quando a cultura cobre pouco ou até, visualmente, 10% da superfície do solo; b) crescimento: do final da fase inicial até o sombreamento efetivo completo do solo; c) intermediário: do sombreamento efetivo completo do solo até o início da maturação; e d) final: início da maturação a plena maturação ou estágio de colheita. A duração desses estádios é dada em dias ou graus-dia, iguais a  $t_i$ ,  $t_c$ ,  $t_n$  e  $t_f$ , correspondentes aos coeficientes de cultura  $Kc_i$ ,  $Kc_n$  e  $Kc_f$ ,

Segundo os métodos de Doorenbos e Pruitt (1977) e Allen et al. (1998), a variação de  $Kc$  durante o ciclo de crescimento da cultura é representada, esquematicamente, pela curva de  $Kc$  da cultura conforme apresentado na Figura 1 e, matematicamente, pela Equação 1.

$$Kc(t) = \begin{cases} Kc_i, & t \leq t_1 \\ Kc_i + \frac{Kc_n - Kc_i}{t_2 - t_1}(t - t_1), & t_1 < t < t_2 \\ Kc_n, & t_2 \leq t \leq t_3 \\ Kc_n + \frac{Kc_f - Kc_n}{t_4 - t_3}(t - t_3), & t_3 < t \leq t_4 \end{cases} \quad (1)$$

em que:

$t$  = tempo após a emergência da cultura, dia ou graus-dia acumulado;

$t_1 = t_i$ , dia ou graus-dia acumulado;

$t_2 = t_i + t_c$ , dia ou graus-dia acumulado;

$t_3 = t_i + t_c + t_n$ , dia ou graus-dia acumulado; e

$t_4 = t_i + t_c + t_n + t_f$ , dia ou graus-dia.

Os quatro modelos matemáticos utilizados para representação de  $Kc$  foram: polinômio de grau 3 (PG3a), proposto por Burman e Pochop (1994), descrito pela Equação 2; polinômio de grau 3 incompleto (PG3b), dado pela Equação 3; polinômio de grau 4 completo (PG4a), dado pela Equação 4; e polinômio de grau 4 incompleto (PG4b), dado pela Equação 5.

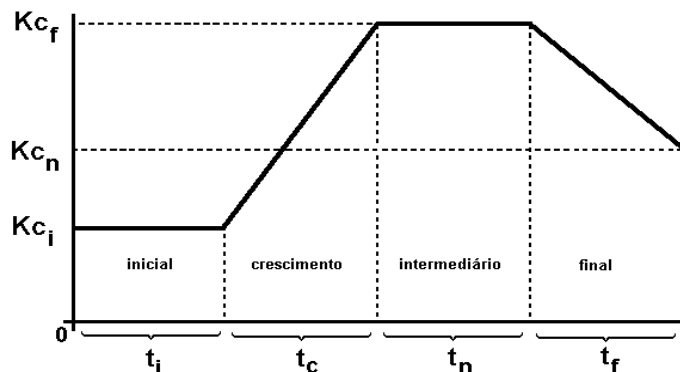
$$Kc(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (2)$$

$$Kc(t) = \begin{cases} Kc_i, & 0 \leq t \leq t_1 \\ a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3, & t_1 < t \leq t_4 \end{cases} \quad (3)$$

$$Kc(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 \quad (4)$$

$$Kc(t) = \begin{cases} Kc_i, & 0 \leq t \leq t_1 \\ a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4, & t_1 < t \leq t_4 \end{cases} \quad (5)$$

Os coeficientes dos modelos testados foram obtidos por regressão múltipla. Para fins de modelagem, foram introduzidos os parâmetros  $Kc_0$  (coeficiente de cultura na emergência da cultura) e  $t_0$  (tempo transcorrido desde o plantio até a emergência da cultura, em dias ou graus-dias acumulados).



**Figura 1.** Distribuição do coeficiente de cultura, durante o ciclo de crescimento da cultura (Doorenbos e Pruitt, 1977).

Para comparar os modelos PG3a, PG3b, PG4a e PG4b com aquele proposto por Doorenbos e Pruitt (MDP - Equação 1), foram utilizados os valores de  $Kc_i$ ,  $Kc_n$ ,  $Kc_f$ ,  $t_i$ ,  $t_c$ ,  $t_n$  e  $t_f$  das culturas da banana, cenoura, feijão e melão, apresentados no Quadro 1 (Allen et al., 1998), bem como o erro relativo (ER), obtido utilizando-se a Equação 6:

$$ER_{\text{modelo}} = \frac{|Kc_{\text{modelo}} - Kc_{\text{MDP}}|}{Kc_{\text{MDP}}} \quad (6)$$

em que: o subscrito *modelo* pode ser PG3a, PG3b, PG4a ou PG4b para todo ciclo da cultura, ou estádios individuais.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No Quadro 2 estão apresentados os valores dos coeficientes de regressão, os valores dos erros relativos para os estádios inicial ( $ER_i$ ), crescimento ( $ER_c$ ), intermediário ( $ER_n$ ), final ( $ER_f$ ) e para todo ciclo da cultura (ER), bem como o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ), referentes aos modelos PG3a, PG3b, PG4a e PG4b, para as culturas da banana, cenoura, feijão e melão. As figuras 2, 3, 4 e 5 referem-se aos modelos PG3a, PG3b, PG4a e PG4b, respectivamente, em que estão apresentadas as curvas de Kc durante o ciclo das culturas da banana, da cenoura, do feijão e melão, os valores dos erros relativos (ER) destes modelos e os valores de MDP.

Os modelos polinomiais completos apresentam maiores valores de erro relativo, em comparação com os modelos polinomiais incompletos devido, em grande parte, aos valores de  $ER_i$  que são nulos nestes últimos, conforme os resultados apresentados no Quadro 2 e nas Figuras 2, 3, 4 e 5. O modelo PG3a tendeu a superestimar os valores de Kc para o estádio inicial, enquanto o PG4a tendeu a subestimar esses mesmos valores. As curvas

ajustadas para as culturas consideradas tenderam a superestimar os valores de Kc, notadamente para o estádio intermediário. Os valores de  $ER_c$  tenderam a ser menores que os de  $ER_n$ , exceto para o modelo PG3a. Considerando o desempenho dos modelos estudados para a curva de Kc dos estádios de desenvolvimento, intermediário e final, os valores de  $ER_f$  tenderam a ser menores do que os de  $ER_c$  e  $ER_n$  nos casos analisados.

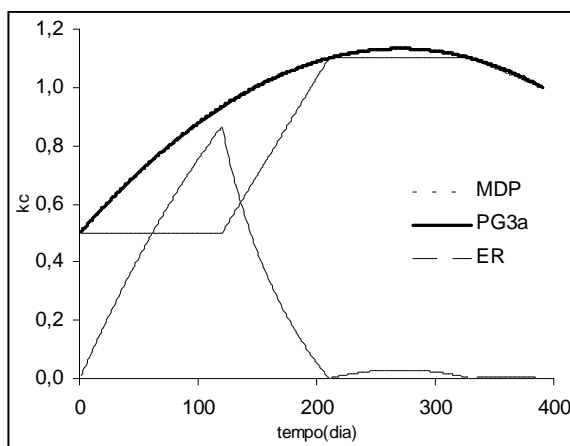
Segundo Doorenbos e Pruitt (1977), para a maioria das culturas, o estádio intermediário é um período crítico quanto ao estresse hídrico no solo. Costa et al. (1998) observaram que o uso eficiente de água, pela soja, tende a ser menor durante a fase vegetativa, comparativamente ao da fase de floração e do enchimento de grãos. Desta forma, o uso do modelo PG3a não é recomendável, uma vez que este tendeu a superestimar os valores de Kc para as fases vegetativas das culturas estudadas, podendo levar ao cálculo de uma lâmina de irrigação maior do que a necessidade efetiva das plantas. Por outro lado, o modelo PG4a também não é recomendável, pois, tendeu a subestimar os valores de Kc para a fase inicial, podendo levar ao cálculo de uma lâmina de irrigação menor que aquela requerida pelas plantas, numa época em que as culturas, em geral, são sensíveis ao déficit de água nas camadas superficiais do solo, devido a seu sistema radicular ainda estar em desenvolvimento.

Os valores dos erros relativos para o ciclo das culturas variaram de 6,85 a 22,97%; de 2,18 a 7,10%; de 3,30 a 16,35%; e de 2,32 a 6,78% para os modelos PG3a, PG3b, PG4a e PG4b, respectivamente. Desta forma, dentre os modelos estudados e para as culturas consideradas, o PG3b foi o que melhor estimou os valores de Kc em todos os estádios em geral e do ciclo da cultura, quando comparado ao MDP, considerado como referência (Figuras 2, 3, 4 e 5).

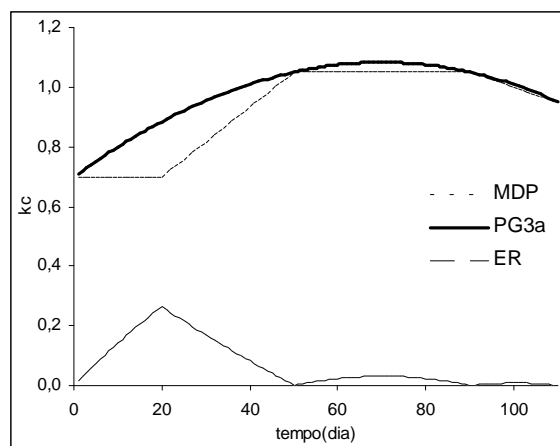
**Quadro 1.** Valores de  $Kc_i$ ,  $Kc_n$ ,  $Kc_f$ ,  $t_i$ ,  $t_c$ ,  $t_n$  e  $t_f$  das culturas de banana, cenoura, feijão e melão

Cultura	$Kc_i$	$Kc_n$	$Kc_f$	$t_i$ (dia)	$t_c$ (dia)	$t_n$ (dia)	$t_f$ (dia)
Banana, no primeiro ano	0,50	1,10	1,00	120	90	120	60
Cenoura	0,70	1,05	0,95	20	30	40	20
Feijão	0,40	1,15	0,35	24	25	30	20
Melão	0,50	1,05	0,75	25	35	40	20

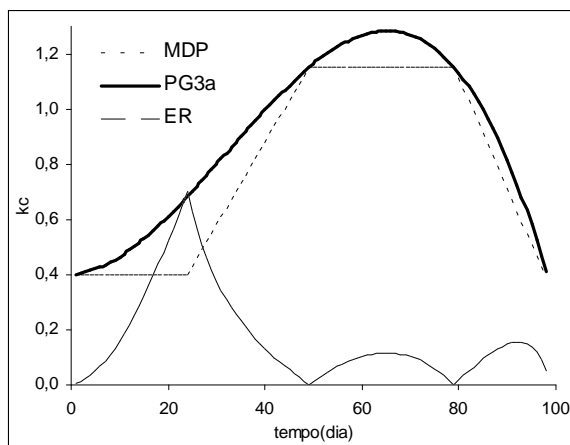
Fonte: Allen et al. (1998).



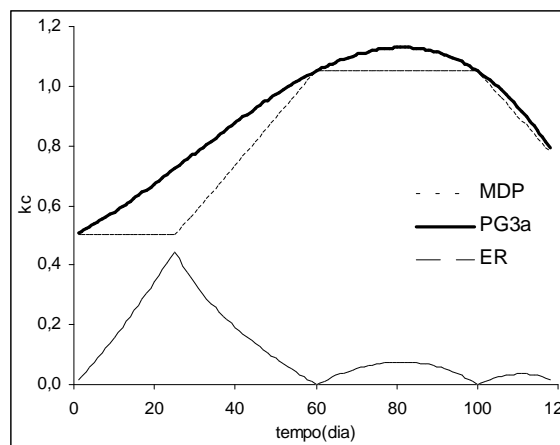
(a) Banana



(b) Cenoura

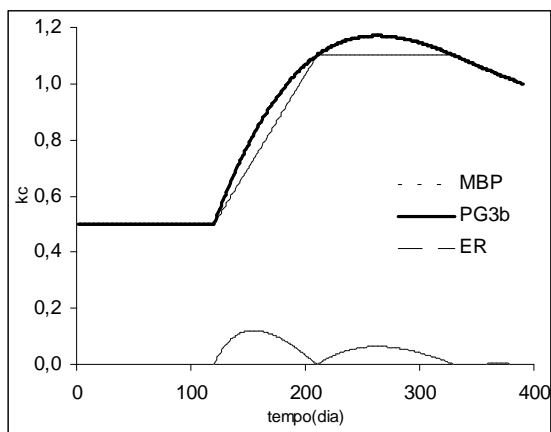


(c) Feijão

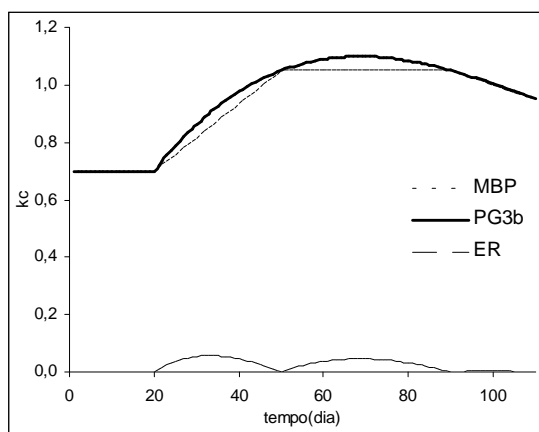


(d) Melão

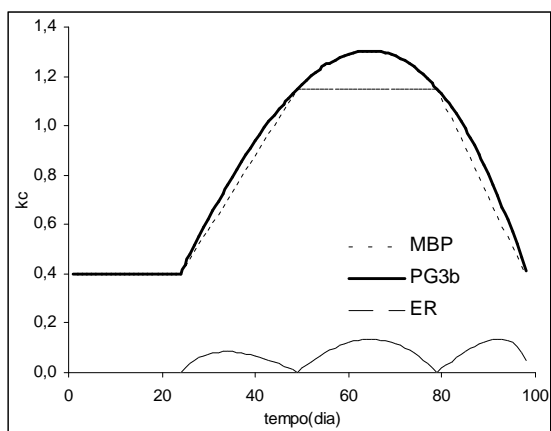
**Figura 2.** Curva de  $K_c$  durante o ciclo das culturas da banana (a), cenoura (b), feijão (c) e melão (d), dos modelos PG3a e MDP, e os valores dos erros relativos (ER).



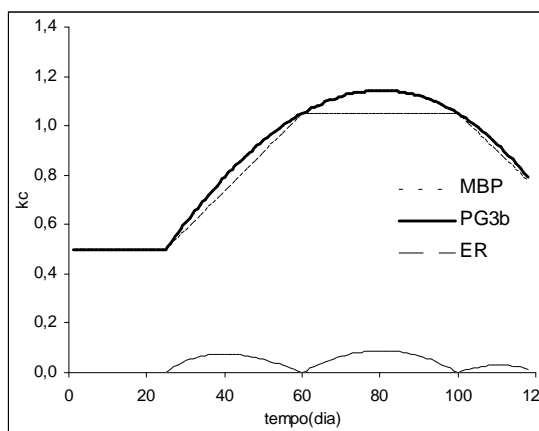
(a) Banana



(b) Cenoura

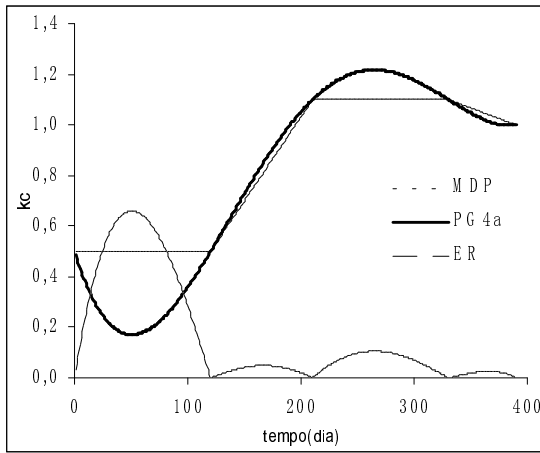


(c) Feijão

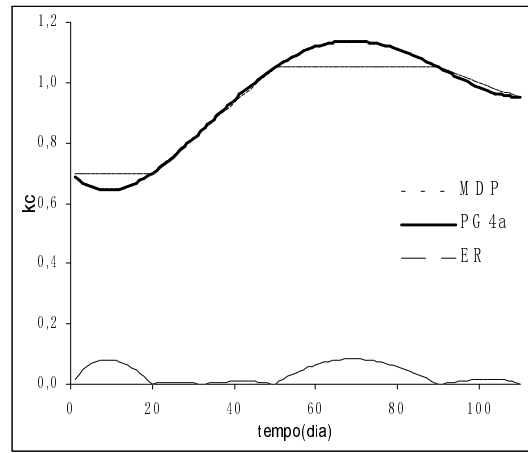


(d) Melão

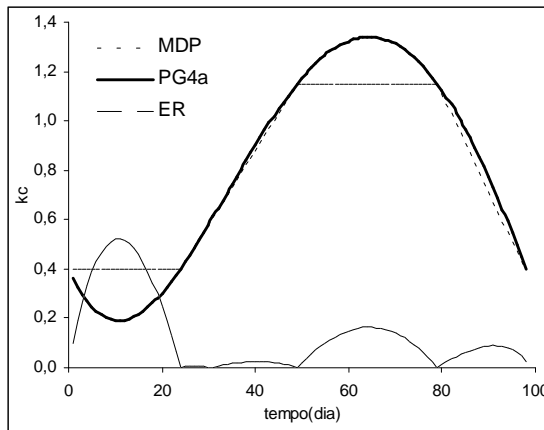
**Figura 3.** Curva de  $K_c$  durante o ciclo das culturas da banana (a), cenoura (b), feijão (c) e melão (d), dos modelos PG3b e MDP, e os valores dos erros relativos (ER).



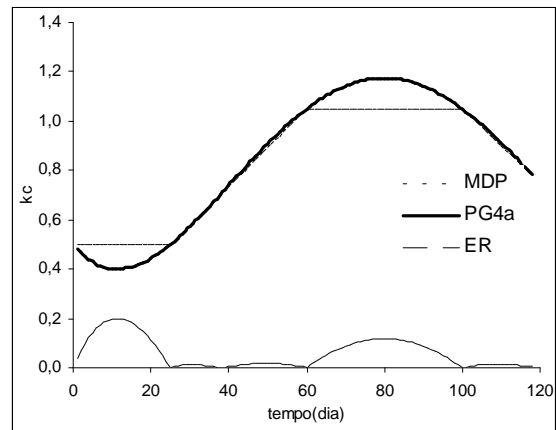
(a) Banana



(b) Cenoura

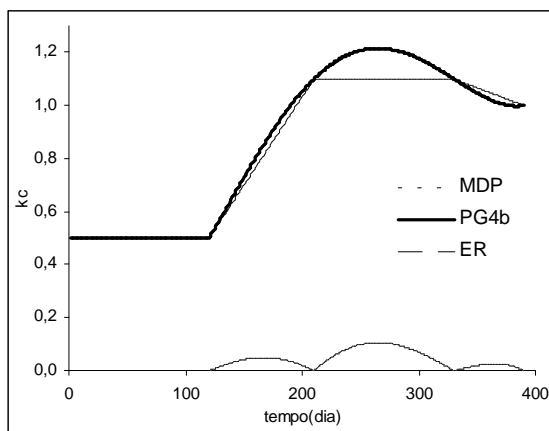


(c) Feijão

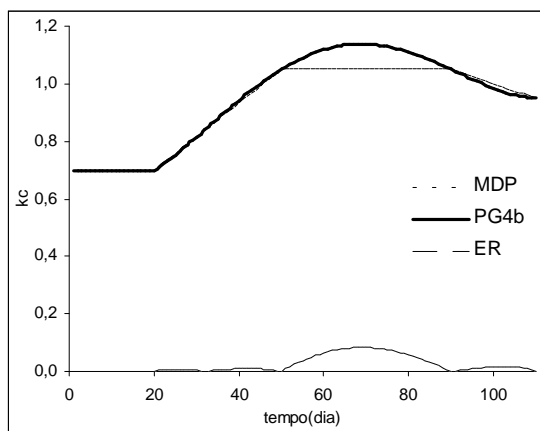


(d) Melão

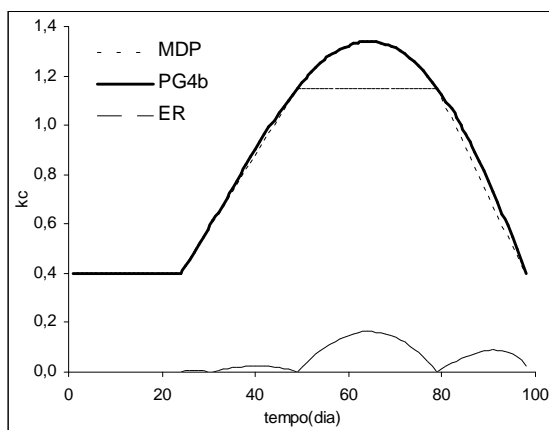
**Figura 4.** Curva de  $K_c$  durante o ciclo das culturas da banana (a), cenoura (b), feijão (c) e melão (d), dos modelos PG4a e MDP, e os valores dos erros relativos (ER).



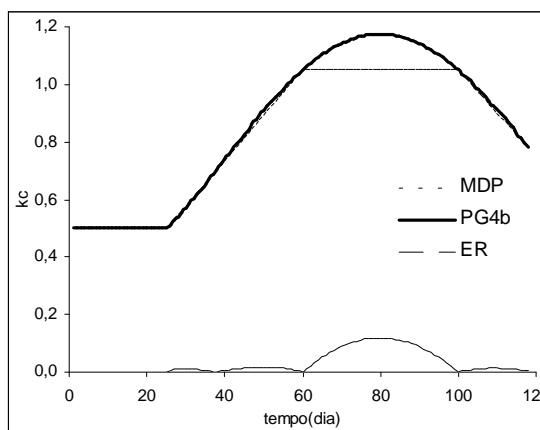
(a) Banana



(b) Cenoura



(c) Feijão



(d) Melão

**Figura 5.** Curva de  $K_c$  durante o ciclo das culturas da banana (a), cenoura (b), feijão (c) e melão (d), dos modelos PG4b e MDP, e os valores dos erros relativos (ER).

**Quadro 2.** Valores dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , erros relativos para os estádios inicial ( $ER_i$ ), crescimento ( $ER_c$ ), intermediário ( $ER_n$ ) e final ( $ER_f$ ) e para todo ciclo da cultura ( $ER$ ), e os valores de  $R^2$  referentes aos modelos PG3a, PG3b, PG4a e PG4b, para as culturas de banana, cenoura, feijão e melão.

Cultura	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$ER_i$ (%)	$ER_c$ (%)	$ER_n$ (%)	$ER_f$ (%)	$ER$ (%)	$R^2$
<b>PG3a</b>											
Banana	0.5	4.56849707E-3	-7.82550783E-6	-1.54166821E-9	-	47.54	33.15	1.98	0.54	22.97	0.8699
Cenoura	0.7	1.06616162E-2	-7.07070707E-5	-5.05050505E-8	-	14.53	12.28	2.06	0.57	6.85	0.9385
Feijão	0.4	1.36782297E-2	3.27751196E-4	-5.02392344E-6	-	32.92	21.48	9.56	9.05	16.28	0.9773
Melão	0.5	6.75000000E-3	1.19444444E-4	-1.31944444E-6	-	21.71	17.51	5.01	2.35	11.69	0.9669
<b>PG3b</b>											
Banana	-1.79259259E+0	2.83112875E-2	-8.67136978E-5	8.32843425E-8	-	0	7.96	4.20	0.19	3.16	0.9940
Cenoura	2.16666667E-1	3.00925926E-2	-3.14814815E-4	9.25925926E-7	-	0	3.77	3.06	0.25	2.18	0.9926
Feijão	-2.22159091E-1	4.40767045E-2	-1.30681818E-4	-2.84090909E-6	-	0	5.10	11.01	8.10	7.10	0.9914
Melão	-1.43233083E-1	2.92631579E-2	-1.30701754E-4	-4.26065163E-7	-	0	4.99	5.91	2.02	3.76	0.9952
<b>PG4a</b>											
Banana	0.5	-1.45364512E-2	1.90031162E-4	-6.58943252E-7	7.06883423E-10	43.07	3.18	6.87	1.65	16.35	0.9752
Cenoura	0.7	-1.35050505E-2	9.00841751E-4	-1.22558923E-5	4.88215488E-8	5.40	0.55	5.43	1.06	3.30	0.9862
Feijão	0.4	-2.77990431E-2	2.35431619E-3	-3.55861244E-5	1.45534290E-7	15.05	2.02	14.97	3.57	9.17	0.9837
Melão	0.5	-1.89793233E-2	1.01997076E-3	-1.13252924E-5	3.57351713E-8	13.22	1.01	7.84	0.87	5.80	0.9921
<b>PG4b</b>											
Banana	0.5	-1.45364512E-2	1.90031162E-4	-6.58943252E-7	7.06883423E-10	0	3.18	6.87	1.65	3.10	0.9924
Cenoura	0.7	-1.35050505E-2	9.00841751E-4	-1.22558923E-5	4.88215488E-8	0	0.55	5.43	1.06	2.32	0.9842
Feijão	0.4	-2.77990431E-2	2.35431619E-3	-3.55861244E-5	1.45534290E-7	0	2.02	14.97	3.57	6.78	0.9820
Melão	0.5	-1.89793233E-2	1.01997076E-3	-1.13252924E-5	3.57351713E-8	0	1.01	7.83	0.87	3.05	0.9918

## CONCLUSÕES

Dentre os modelos analisados para representar a curva de variação do  $K_c$ , durante o ciclo dos cultivos estudados, o polinômio de terceiro grau incompleto (PG3b) foi o que apresentou, em geral, menores valores de erros relativos para os estádios de crescimento e desenvolvimento das culturas, em comparação com o modelo proposto por Doorenbos e Pruitt.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEN, R.G.; PEREIRA, L.S.; RAES, D.; SMITH, M. **Crop evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements**. FAO Irrigation and drainage paper 56, FAO, Rome, 1998.
- BAUSCH, W & NEALE, C.M.U. Crop coefficients derived from reflected canopy radiation: a concept. **Transactions of the ASAE**. 30(3): 703-709, 1987.
- BURMAN, R. & POCHOP, L.O. **Evaporation, evapotranspiration and climatic data**. Elsevier, Amsterdam, 1994. 278p.
- COSTA, L.C.; CONFALONE, A.E. & PEREIRA, C.R. Capture and use of water by soybean (*Glycine Max* (L.) Merrill) at different phenological phases and different levels of water availability. **23<sup>rd</sup> Conference on Agricultural and Forest Meteorology**, Albuquerque, New Mexico, 1998. p.86-7.
- DOORENBOS, J. & PRUITT, W. O. **Guidelines for predicting crop water requirements**. Irrigation and Drainage Paper 24, FAO, Rome, 1977.179pp.
- FREVERT, D. R.; HILL, R. W. & BRAATEN, B. C., 1983. Estimation of FAO evapotranspiration coefficients. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**. ASCE, 109:265-270.
- NEALE, C. M. U & BAUSCH, W. Crop coefficients derived from reflected canopy radiation. **American Society of Agricultural Engineers**, Fort Collins, 83:2527-, 1983.
- NIELSEN, D. C. & HINKLE, S. E. Field evaluation of basal crop coefficients for corn based on growing degree days, growth stage, or time. **Transactions of the ASAE**, 39(1):97-103. 1996.
- SEDIYAMA, G. C., RIBEIRO, A., LEAL, B. G. Relações Clima-Água-Planta. Capítulo 2, pag. 46-85. In: **Manejo da Irrigação**. Editor: FARIA, M. A. et. al. Lavras:UFLA/SBEA,1998. 368p.
- STEELE, D. D.; SAJID, A. H. & PRUNTY, L. D. New corn evapotranspiration crop curves for Southeastern North Dakota. **Transactions of the ASAE**, 39(3):839-845, 199.